



Inclinación en estrellas Be tardías a partir de perfiles $H\alpha$: entropía y complejidad

A. Granada^{1,2}, A.R. Plastino^{2,3}, & Y.R. Cochetti^{4,5}

¹ Centro Interdisciplinario de Telecomunicaciones, Electrónica, Computación y Ciencia Aplicada, Sede Andina, UNRN, Argentina

² Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina

³ Centro de Bioinvestigaciones y Departamento de Ciencias Básicas, UNNOBA, Junín, Argentina

⁴ Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP, Argentina

⁵ Instituto de Astrofísica La Plata, CONICET-UNLP, Argentina

Received: 15 November 2025 / Accepted: 31 May 2026

©The Authors 2026

Resumen / Las estrellas Be son objetos de tipo B que rotan rápidamente y desarrollan discos gaseosos circunestelares, cuya característica observacional más icónica es la presencia de la línea de $H\alpha$ en emisión. La determinación de la inclinación del sistema estrella-disco es un problema relevante, ya que este parámetro influye de manera significativa en la morfología de las líneas espectrales y, por lo tanto, en la interpretación de los datos observacionales. En este trabajo exploramos el uso de indicadores estadísticos basados en la entropía de Shannon (H) y complejidad estadística de López-Ruiz–Mancini–Calbet (C_{LMC}) como herramientas cuantitativas para inferir la inclinación del disco a partir del perfil de $H\alpha$. Aplicamos estos estimadores a una grilla pública de perfiles sintéticos de Be tardías, previamente clasificados morfológicamente y transformados en distribuciones de probabilidad. Los resultados muestran que el plano C_{LMC} – H permite separar los modelos según la inclinación, en particular en los casos donde la emisión de $H\alpha$ es fuerte respecto al continuo estelar. Este marco ofrece un enfoque general y flexible para caracterizar perfiles espectrales, y podría aplicarse al estudio de otros procesos físicos.

Abstract / Be stars are rapidly rotating B-type objects that develop circumstellar gaseous disks, whose most conspicuous observational feature is the presence of the $H\alpha$ line in emission. Determining the inclination of the star-disk system is a key problem, as this parameter has a significant impact on the morphology of spectral lines and, consequently, on the interpretation of observational data. In this work we explore the use of statistical indicators based on Shannon entropy (H) and the López-Ruiz–Mancini–Calbet statistical complexity (C_{LMC}) as quantitative tools to infer the inclination of the disk from the $H\alpha$ profile. We apply these estimators to a public grid of synthetic profiles of late-type Be stars, which were previously classified morphologically and transformed into probability distributions. Our results show that the C_{LMC} – H plane allows us to separate models according to inclination, especially in cases where the $H\alpha$ emission is strong compared to the stellar continuum. This framework provides a general and flexible approach to characterize spectral line profiles, and it may be applied to other physical processes.

Keywords / Stars: emission-line — Stars: circumstellar matter — Line: profiles

1. Introducción

Las estrellas Be constituyen un subgrupo de estrellas de tipo B de secuencia principal caracterizadas por su rápida rotación y por la presencia de discos gaseosos circunestelares, responsables de una rica fenomenología observacional (Rivinius et al., 2013). La línea $H\alpha$ constituye el rasgo espectral más distintivo de estos objetos, mostrando una gran diversidad de perfiles tanto en absorción como en emisión.

Desde hace ya varias décadas sabemos que la morfología de estos perfiles encierra información valiosa sobre la estructura de los discos circunestelares (ver por ejemplo Slettebak, 1979), y en particular sobre la inclinación del sistema estrella-disco, dado que sus ejes de rotación suelen estar alineados. En este sentido, los discos circunestelares ofrecen la oportunidad de estimar de manera indirecta la inclinación de la estrella central (Sigut &

Ghafoorian, 2023). Esto es especialmente relevante ya que la presencia del disco puede afectar las líneas espectrales típicamente utilizadas para determinar dicho parámetro estelar, tal como lo describe el trabajo de Turis-Gallo et al. (2025). En este contexto, proponemos caracterizar la morfología de los perfiles mediante indicadores globales, evitando ajustes detallados de modelos físicos.

2. Metodología

Con la motivación descrita en la Sección 1, analizamos los perfiles sintéticos en emisión de la línea $H\alpha$ normalizados al continuo, correspondientes a estrellas Be tardías de la grilla presentada por Lailey & Sigut (2024), única grilla pública disponible hasta el momento con cobertura amplia de parámetros de disco. A diferencia del uso habitual de este tipo de grillas, orientado a ajus-

tar perfiles y obtener parámetros físicos detallados del disco, nuestro objetivo es explorar hasta qué punto indicadores globales y minimalistas permiten capturar la morfología de las líneas y, en consecuencia, cuantificar de manera compacta la diversidad de propiedades asociadas al disco, específicamente la inclinación.

Para ello, adoptamos un enfoque estadístico basado en la descripción de cada perfil de línea de H α como una distribución de probabilidad $p(x)$, para lo cual previamente debemos redefinir al perfil en el intervalo $x \in [-1, 1]$, normalizado de manera que su área sea 1:

$$\int_{-1}^1 p(x) dx = 1. \quad (1)$$

La *entropía de Shannon* mide el grado de dispersión o incertidumbre de estas distribuciones:

$$H = - \int_{-1}^1 p(x) \ln p(x) dx, \quad (2)$$

donde un valor alto de H indica que la distribución se encuentra más dispersa, mientras que un valor bajo señala que la información se concentra en una región más localizada.

La *complejidad de LMC*, C_{LMC} (López-Ruiz et al., 1995), en su formulación para densidades de probabilidad continuas (Catalán et al., 2002), combina información sobre orden y estructura de la distribución mediante:

$$C_{\text{LMC}} = e^H D, \quad D = \int_{-1}^1 p(x)^2 dx, \quad (3)$$

donde la cantidad D (usualmente denominada *desequilibrio*, ver Catalán et al., 2002) mide el grado de apartamiento de la densidad de probabilidad respecto de una densidad uniforme. Valores altos de D indican que la probabilidad se concentra en regiones específicas (mayor estructura o localización), mientras que valores bajos reflejan una distribución más homogénea y carente de rasgos distintivos. La medida de complejidad C_{LMC} combina las cantidades H y D de tal forma que la medida C_{LMC} adopta su valor mínimo para densidades de probabilidad carentes de estructura, que son constantes en cierto intervalo finito, y nulas fuera del intervalo. Esto incluye casos extremos de distribuciones uniformes y distribuciones altamente localizadas. En cambio, C_{LMC} alcanza valores altos en regímenes intermedios, donde la densidad de probabilidad presenta cierta dispersión pero conserva características estructurales relevantes. La complejidad C_{LMC} se interpreta como una medida que discrimina entre distribuciones totalmente ordenadas o desordenadas y aquellas con un balance intermedio entre dispersión y estructura.

Como adelantamos anteriormente, para aplicar estas definiciones a los perfiles de H α normalizados al continuo, reescalamos primero el eje de longitudes de onda (λ) de cada perfil H α al intervalo $[-1, 1]$, definiendo la variable

$$x = 2 \frac{\lambda - \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} - 1, \quad (4)$$

y luego construimos la distribución de probabilidad normalizada

$$p(x) = \frac{|F(\lambda(x)) - 1|}{\int_{-1}^1 |F(\lambda(x)) - 1| dx}, \quad (5)$$

donde $F(\lambda(x))$ es el flujo y $F(\lambda(x)) - 1$ representa la diferencia entre el flujo y el continuo estelar. De este modo, las regiones del perfil con mayor emisión o absorción adquieren mayor peso probabilístico, y la integral de $p(x)$ sobre $[-1, 1]$ es igual a 1.

En la Fig. 1 se ilustra esquemáticamente cómo diferentes tipos de perfiles —emisión, donde la parte central de la línea se encuentra siempre por encima del continuo; absorción, donde el perfil completo está por debajo del continuo; e intermedio, que se sitúa entre ambos extremos— (panel a) se transforman en sus correspondientes densidades de probabilidad normalizadas (panel b).

En este trabajo nos centramos exclusivamente en los perfiles en emisión, por lo que no consideramos los modelos en los que la emisión del disco solo llena parcialmente la absorción fotosférica; su estudio será abordado en otro trabajo (Granada et al., en preparación). Cabe destacar que los modelos de Lailey & Sigut (2024) incluyen una aproximación esférica de la fotosfera que no refleja completamente los efectos de la rotación rápida de las estrellas Be. Estos objetos presentan deformación y una distribución de temperatura y luminosidad dependiente de la latitud estelar (ver por ejemplo Frémat et al., 2005; Georgy et al., 2013; Turis-Gallo et al., 2025). A pesar de esta limitación, estos modelos resultan adecuados para el presente análisis, en el que el perfil está claramente dominado por la emisión del disco. Explorar posibles efectos de una fotosfera deformada por rotación está fuera de los objetivos del presente trabajo.

Finalmente, es importante destacar que mientras que la grilla de perfiles de línea de Lailey & Sigut (2024) ha sido concebida principalmente para ajustar perfiles individuales y derivar parámetros físicos específicos, aquí la utilizamos con un propósito complementario: evaluar en qué medida los indicadores globales H y C_{LMC} representan la morfología de las líneas de H α en emisión y, en consecuencia, condensan en un espacio reducido la diversidad de propiedades asociadas al disco y a la geometría del sistema, particularmente su inclinación.

3. Resultados

Luego de calcular la entropía H y la complejidad de LMC C_{LMC} para los perfiles sintéticos de H α de la grilla de Lailey & Sigut (2024) como se indicó en la Sección 2, representamos su ubicación en el diagrama de entropía-complejidad ($C_{\text{LMC}}-H$) mostrado en la Fig. 2. En este diagrama, todos los modelos sintéticos, incluyendo perfiles en emisión y absorción, se muestran en gris.

Para resaltar configuraciones físicas representativas, destacamos con cuadrados de colores los modelos con parámetros típicos de discos de estrellas Be tardías (Vieira et al., 2017; Granada et al., 2018) que muestran emisión pura. Estos casos se caracterizan por presentar anchos equivalentes < 0 y un centro de línea ubicado por encima del continuo estelar, de modo que sólo las alas aparecen en absorción. Los colores asignados a los cuadrados corresponden a la inclinación del sistema. Resulta evidente que las diferentes inclinaciones trazan diferentes secuencias continuas bien delimitadas en el plano, que presentan valores mínimos de complejidad en

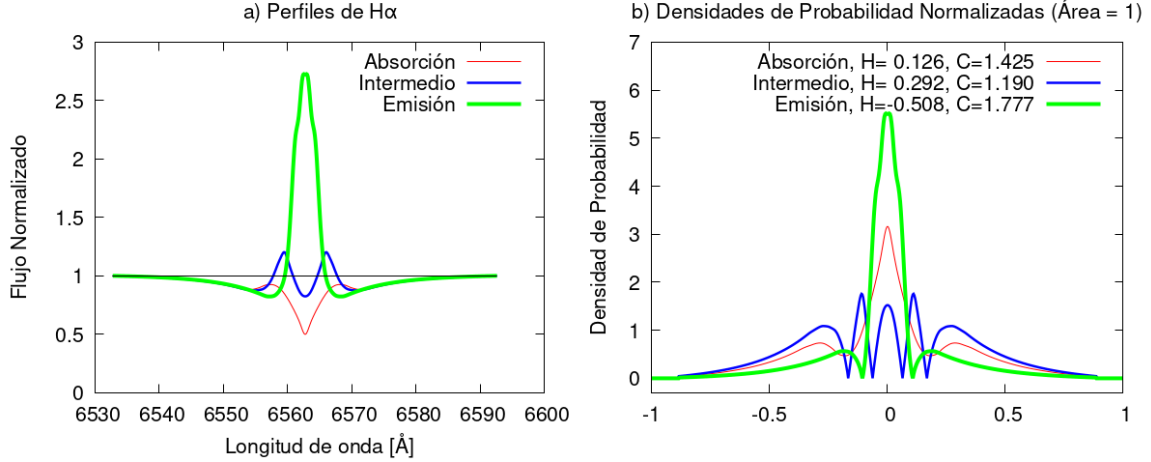


Fig. 1. *a)* Distintas formas de perfiles de $H\alpha$, en emisión (trazo verde grueso), absorción (trazo rojo delgado) y el caso intermedio (trazo azul de grosor intermedio). *b)* Densidades de probabilidad que se obtienen al transformar los perfiles de línea del panel *a)*. En este artículo, nos enfocamos en los perfiles en emisión.

extremos de entropía y alcanzan un máximo de C_{LMC} en valores intermedios de H . Las secuencias de menor inclinación cubren un rango de entropía más amplio y alcanzan mayores complejidades que las de inclinaciones más altas. A modo ilustrativo, el trazo verde une los puntos para un conjunto fijo de parámetros del disco, $n = 2.00$, $\rho_0 = 4.85 \times 10^{-12} \text{ g cm}^{-3}$ y $R_d = 55.0 R_*$, variando sólo la inclinación.

Los círculos de colores de la Fig. 2 representan la ubicación en el plano C_{LMC} versus H de un conjunto de perfiles de $H\alpha$ en emisión de una muestra de estrellas B tardías que presentaron Lailey & Sigut (2024), procesados de forma idéntica a los modelos sintéticos para permitir una comparación directa en el plano $C_{\text{LMC}}-H$. Como lo describen estos autores en su trabajo, tales observaciones fueron obtenidas en su mayoría de la base de datos BeSS*.

En la Tabla 1 se listan las estrellas B tardías con líneas en emisión incluidas en la Fig. 2, sus tipos espectrales (T.E.) junto con las mediciones de H , D , C_{LMC} y los valores de inclinación determinados por Lailey & Sigut (2024), obtenidos a partir del ajuste detallado de sus perfiles. Al comparar los colores de los círculos observacionales con los de los modelos, se observa una buena correspondencia entre las inclinaciones tabuladas y las regiones que éstos ocupan en el diagrama. Una de las estrellas, HD 217 891, se ubica ligeramente fuera de las secuencias de modelos calculadas para parámetros típicos de estrellas Be tardías; sin embargo, su posición en el plano es coherente con una inclinación cercana a 30° , si se extiende la secuencia correspondiente a esa inclinación hacia entropías más bajas.

Este resultado indica que las medidas de entropía y complejidad constituyen un marco consistente para vincular observaciones reales con los modelos, ofreciendo un nuevo criterio de clasificación morfológica de los perfiles de $H\alpha$.

*Este trabajo ha hecho uso de la base de datos BeSS, operada en LESIA, Observatoire de Meudon, Francia: <http://basebe.obspm.fr>

Tabla 1. Tipo Espectral (T.E.), Valores de entropía (H), disequilibrio (D), complejidad estadística (C_{LMC}) y ángulos de inclinación ($i_{\text{línea}} [^\circ]$) adoptados para las estrellas de la muestra, obtenidos de Lailey & Sigut (2024). Estos parámetros permiten caracterizar la morfología de los perfiles de $H\alpha$ y comparar directamente observaciones con modelos sintéticos.

Estrella	T.E.	H	D	C_{LMC}	$i_{\text{línea}} [^\circ]$
HD 23 552	B8Ve	-0.192	1.877	1.549	48
HD 23 630	B7IIe	-0.548	2.861	1.654	43
HD 37 795	B9Ve	-0.463	2.586	1.627	43
HD 47 054	B8IVe	-0.418	2.395	1.577	51
HD 58 715	B8Ve	-0.180	1.855	1.550	49
HD 135 734	B8Ve	-0.027	1.542	1.502	58
HD 175 869	B8/9IIe	-0.054	1.562	1.480	39
HD 183 914	B8Ve	-0.063	1.580	1.484	47
HD 185 037	B8Vne	-0.172	1.782	1.500	65
HD 192 044	B7Ve	-0.545	2.623	1.521	59
HD 193 911	B6IVe	-0.628	3.039	1.623	45
HD 210 129	B7Vne	-0.456	2.636	1.671	38
HD 217 891	B6Ve	-1.090	4.882	1.641	31

El diagrama $C_{\text{LMC}}-H$ revela una separación sistemática tanto entre modelos como observaciones de distinta inclinación, indicando que la entropía y la complejidad son sensibles a este parámetro geométrico. El buen acuerdo observado entre la posición de las estrellas en el plano y las regiones ocupadas por modelos con inclinaciones semejantes constituye una verificación independiente de la robustez del método. Estos resultados muestran que las medidas globales H y C_{LMC} permiten no solo caracterizar la morfología de los perfiles sintéticos, sino también recuperar inclinaciones a partir de observaciones.

Esto confirma el potencial del plano de $C_{\text{LMC}}-H$ como herramienta de diagnóstico en el estudio de discos circunestelares de estrellas Be con líneas en emisión, incluso cuando se emplea un modelo simplificado de fotosfera esférica, ya que el perfil está dominado principalmente por la emisión del disco circunestelar.

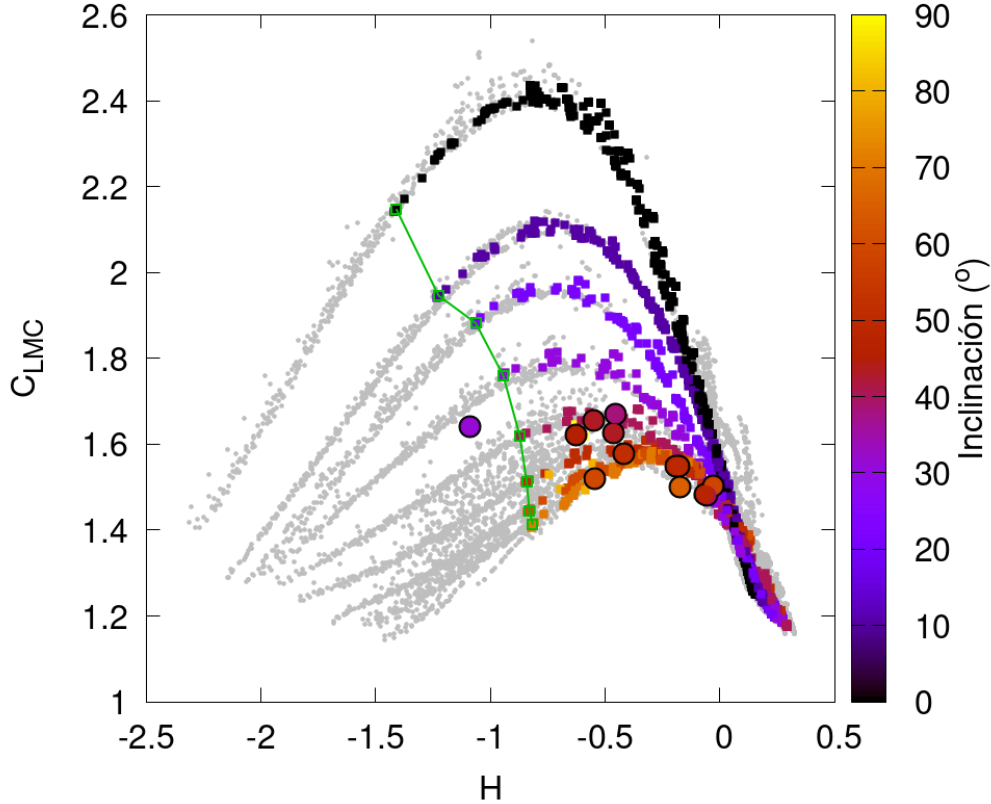


Fig. 2. Diagrama $C_{\text{LMC}}-H$. Puntos grises: todos los modelos de la grilla; cuadrados: modelos típicos de estrellas Be tardías en emisión; círculos grandes: estrellas Be tardías observadas con inclinaciones conocidas. El color codifica la inclinación. El tamaño de los círculos representa una incertidumbre típica en H y C_{LMC} , dominada por la normalización del continuo. A modo ilustrativo, el trazo verde conecta los modelos en emisión con estos parámetros fijos: $n = 2.00$, $\rho_0 = 4.85 \times 10^{-12} \text{ g cm}^{-3}$ y $R_d = 55.0 R_*$.

4. Conclusiones

Nuestros resultados muestran que el plano entropía-complejidad constituye una herramienta útil para diferenciar modelos de estrellas Be según la inclinación de sus discos circunestelares. En particular, los perfiles de H α en emisión se organizan en regiones bien delimitadas del plano de acuerdo con la geometría de observación, lo que evidencia la sensibilidad de estos indicadores globales a la orientación del sistema.

A diferencia de los enfoques tradicionales, que requieren ajustes detallados de los perfiles, la combinación de entropía y complejidad brinda una caracterización compacta y objetiva de la morfología de las líneas. Este marco metodológico abre la posibilidad de extender el análisis a otras transiciones espectrales sensibles a la estructura y dinámica del disco, así como a datos observacionales de diversa resolución y calidad, contribuyendo a la construcción de un esquema general para la clasificación y estudio de estrellas Be y sistemas con discos en contextos más amplios.

Más allá de este caso particular, el plano $C_{\text{LMC}}-H$ ofrece un marco versátil aplicable al análisis de otros parámetros físicos o perfiles de línea de distinta naturaleza. Puede convertirse en un espacio exploratorio para fenómenos aún poco comprendidos, donde la ubicación de observaciones revele agrupamientos inesperados

o trayectorias singulares, sugiriendo regímenes físicos no contemplados o comportamientos nuevos que motiven desarrollos teóricos futuros. En este sentido, el seguimiento temporal de un mismo objeto podría representarse como una trayectoria en el plano, aportando una vía novedosa para estudiar variabilidad y transiciones dinámicas en distintos contextos astrofísicos.

Agradecimientos: AG y YRC agradecen el apoyo del Proyecto 101183150-OCEANS de la UE, AG a los Proyectos UNRN 40-B-1186 y CONICET 2022-2023 PIBAA 28720210100879CO.

Referencias

- Catalán R.G., Garay J., López-Ruiz R., 2002, PhRvE, 66, 011102
- Frémat Y., et al., 2005, A&A, 440, 305
- Georgy C., et al., 2013, A&A, 553, A24
- Granada A., et al., 2018, AJ, 155, 50
- Lailey B.D., Sigut T.A.A., 2024, MNRAS, 527, 2585
- López-Ruiz R., Mancini H.L., Calbet X., 1995, Physics Letters A, 209, 321
- Rivinius T., Carciofi A.C., Martayan C., 2013, A&A Rv, 21, 69
- Sigut T.A.A., Ghafourian N.R., 2023, ApJ, 948, 34
- Slettebak A., 1979, SSRv, 23, 541
- Turis-Gallo D., et al., 2025, A&A, 695, A129
- Vieira R.G., et al., 2017, MNRAS, 464, 3071